

PENALARAN MATEMATIS SISWA BERKEMAMPUAN TINGGI DAN RENDAH DALAM MENYELESAIKAN PERSAMAAN KUADRAT

Wahyudi, Purwanto, Sri Mulyati
Pendidikan Matematika Pascasarjana-Universitas Negeri Malang
Jalan Semarang 5 Malang. E-mail: wahyudibooleng@yahoo.co.id

Abstract: Mathematical reasoning is a process to obtain a conclusion that is supported by mathematical premises known or assumed. This study aimed to describe the mathematical reasoning high (KT) and low (KR) performing students in solving quadratic equations. Subjects were asked solving quadratic equations with various methods of completion they controlled and conducted interviews to clarify results of his work. The results showed KT only capable of understanding the method of factoring and the quadratic formula, while the KR is not able to understand the methods of completion of quadratic equations. Both subjects did not understand the methods completing a square. Both subjects making conjecture, provide arguments and concluding. But both the subject does not check his work.

Keywords: mathematical reasoning, quadratic equations, solving methods

Abstrak: Penalaran matematis merupakan proses memperoleh kesimpulan yang didukung oleh premis-premis matematis yang diketahui atau diasumsikan. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran matematis siswa berkemampuan tinggi (KT) dan rendah (KR) dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat. Subjek diminta menyelesaikan soal persamaan kuadrat dengan berbagai metode penyelesaian yang mereka kuasai dan dilakukan wawancara untuk mengklarifikasi hasil pekerjaannya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa KT hanya memahami metode pemfaktoran dan rumus kuadrat, sedangkan KR tidak memahami metode penyelesaian persamaan kuadrat. Kedua subjek tidak memahami metode menyempurnakan kuadrat sempurna. Kedua subjek membuat dugaan, memberikan argumen dan menarik kesimpulan. Namun kedua subjek tidak memeriksa kembali hasil pekerjaannya.

Kata kunci: penalaran matematis, persamaan kuadrat, metode penyelesaian

Mata pelajaran yang wajib ditempuh oleh siswa salah satunya adalah pelajaran matematika. Salah satu materi yang dibahas dalam pelajaran matematika adalah materi persamaan kuadrat. Persamaan kuadrat merupakan materi prasyarat untuk mempelajari materi selanjutnya yaitu pertidaksamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Sampai saat ini materi persamaan kuadrat merupakan materi yang dianggap sulit bagi siswa. Hal ini terungkap saat kegiatan observasi awal yang dilakukan di sekolah di daerah kota Batu. Observasi awal ini dilakukan pada kelas X, XI, dan XII. Berikut hasil pekerjaan siswa yang menunjukkan bahwa terdapat siswa yang masih mengalami permasalahan dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat.

Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $2x^2 + 5x = 3!$
 $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 $(2x + 1)(x - 3) = 0$
 $2x + 1 = 0$ $x - 3 = 0$
 $2x = -1$ $x = 3$
 $x = -\frac{1}{2}$

Gambar 1. Hasil Pekerjaan Siswa A

Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $2x^2 + 5x = 3!$
 $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 $(2x - 2)(x - 3) = 0$
 $x = 1$ $x = 3$
Hf = {1, 3}

Gambar 2. Hasil Pekerjaan Siswa B

Berdasarkan gambar 1 dan gambar 2 dapat diketahui bahwa siswa masih mengalami permasalahan dalam menyelesaikan soal seperti yang diberikan pada gambar. Dalam penelitian ini, persamaan kuadrat dijadikan bahan penelitian dengan tujuan mengeksplor lebih dalam mengenai permasalahan-permasalahan siswa yang berkaitan dengan penyelesaian soal persamaan kuadrat. Salah satu penyebab adanya permasalahan-permasalahan siswa adalah tidak melakukan kegiatan bernalar.

Bernalar merupakan kegiatan yang harus dilakukan oleh siswa untuk memikirkan hal yang logis yang berkaitan dengan aktifitas-aktifitas khususnya dalam menyelesaikan soal matematika. Shadiq (2004) menjelaskan bahwa materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran digunakan untuk memahami materi matematika, oleh karenanya penalaran dan matematika tidak dapat dipisahkan. Menurut NCTM (2000) hal penting yang digunakan untuk memahami matematika adalah

penalaran. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa untuk memahami materi matematika diperlukan penalaran karena menurut Jader (2016) penalaran terdapat pada setiap pemahaman matematika, sedangkan menurut Sacramenta (2008) penalaran matematis mencakup kemampuan berpikir secara logis dalam saat belajar matematika dan pada disiplin ilmu lainnya. Dalam penelitian ini penalaran merupakan proses berpikir logis yang digunakan untuk menarik kesimpulan dengan didukung fakta-fakta yang diketahui.

Penalaran didefinisikan sebagai garis pemikiran logis yang digunakan untuk menghasilkan pernyataan dan kesimpulan untuk menyelesaikan masalah (Lithner, 2012). Dengan demikian, dapat diketahui bahwa penalaran matematis digunakan untuk menyelesaikan masalah dan tanpa penalaran penyelesaian masalah tidak akan berjalan. Hal tersebut didukung oleh NCTM (2008) yang menjelaskan bahwa menyelesaikan masalah merupakan alat untuk mengembangkan penalaran matematis siswa dan memahami ide-ide yang terdapat dalam matematika, sehingga dalam menyelesaikan masalah pasti membutuhkan penalaran dan tidak mungkin menyelesaikan masalah tanpa memerlukan penalaran matematis.

Standar penalaran matematis yang ditetapkan oleh NCTM (2000) di antaranya adalah siswa mampu mengenali penalaran sebagai aspek penting dalam matematika, siswa mampu menyusun dugaan matematis, siswa mampu membangun argumennya, dan siswa mampu memilih dan menggunakan jenis-jenis penalaran. Dalam beberapa penelitian yang berkaitan dengan penalaran matematis mengacu pada standar penalaran matematis yang ditetapkan oleh NCTM. Dengan demikian dapat diketahui bahwa setiap penelitian yang menggunakan indikator-indikator penalaran matematis yang mengacu pada NCTM dan disesuaikan dengan apa yang diteliti. Dalam penelitian ini menggunakan empat indikator untuk mengetahui penalaran matematis siswa, di antaranya siswa mampu mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat, siswa mampu membuat dugaan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, dan siswa mampu menarik kesimpulan yang kaitannya dengan persamaan kuadrat. Indikator-indikator tersebut diadaptasi dari NCTM dan berbagai penelitian-penelitian terdahulu.

Berdasarkan paparan hasil observasi awal dan pentingnya penalaran dapat diketahui bahwa penalaran matematis siswa perlu diperhatikan. Hal ini supaya ketika siswa menyelesaikan masalah, khususnya yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, siswa tidak hanya menyelesaikan dan menemukan selesaiannya saja, namun siswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah yang didasarkan pada penalaran matematisnya. Dengan demikian, untuk membuat kegiatan pembelajaran lebih bermakna, terlebih dahulu mengetahui penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah. Dengan mengetahui gambaran mengenai penalaran matematis siswa, pendidik dapat memilih dan menggunakan metode pembelajaran yang sesuai dengan tujuan agar pembelajaran yang dilaksanakan menjadi pembelajaran yang bermakna. Oleh karena itu, untuk mengetahui lebih dalam mengenai penalaran matematis siswa, peneliti akan mengkaji penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif dan tujuan untuk mendeskripsikan penalaran matematis siswa yang berkemampuan tinggi dan siswa yang berkemampuan rendah dalam menyelesaikan persamaan kuadrat. Penelitian ini dilaksanakan di SMA Negeri 2 Batu kelas X MIA. SMA N 2 Batu merupakan salah satu sekolah yang telah menerapkan kurikulum 2013 dan sistem heterogen. Pemilihan subjek penelitian berdasarkan tingkat kemampuan matematika yang didasarkan pada nilai murni ujian akhir sekolah (UAS) pada semester ganjil. Subjek ditegorikan berdasarkan kemampuan matematika tinggi dan rendah. Pemilihan subjek penelitian juga didasarkan atas rekomendasi dari guru matematika. Hal ini bertujuan supaya dalam kegiatan wawancara subjek mampu memberikan ide-idenya yang mereka pikirkan. Subjek yang berkemampuan tinggi dalam penelitian ini diberi inisial (KT), sedangkan subjek yang berkemampuan matematika rendah diberi inisial (KR). Berikut tabel subjek pada penelitian ini.

Tabel 1. Subjek Penelitian

Kategori	Inisial Subjek
Kemampuan matematika tinggi	KA
Kemampuan matematika rendah	KR

Dalam penelitian ini terdapat dua instrumen, yaitu instrumen utama dan instrumen pendukung. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri. Instrumen pendukung dalam penelitian ini adalah lembar tes individu dan lembar pedoman wawancara. Lembar tes individu (LTI) merupakan soal uraian yang berkaitan dengan materi persamaan kuadrat. Kedua soal tersebut diadaptasi dari Tampomas (2006) dan Didis, dkk (2011). LTI dan lembar pedoman wawancara akan divalidasi oleh dua validator yaitu validator pertama adalah dosen pendidikan matematika yang berkualifikasi S3 dan validator kedua adalah guru matematika sekolah yang berkualifikasi S2. LTI akan dikaji berdasarkan tiga indikator, yaitu (1) siswa mampu mengidentifikasi bentuk, (2) siswa mampu memberikan argumen, dan (3) siswa mampu menyimpulkan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.

HASIL

Pengambilan subjek penelitian dilakukan berdasarkan tingkat kemampuan matematika siswa. Pengkategorian tingkat kemampuan siswa berdasarkan nilai murni uas ujian akhir semester (UAS) semester ganjil. Selain itu, pengambilan subjek penelitian berdasarkan rekomendasi dari guru matemati terkait kelancaran komunikasi saat kegiatan wawancara berlangsung. Kriteria pengambilan subjek mengadaptasi standar nilai yang ditentukan oleh Permendikbud nomor 104 tahun 2014. Berikut kriteria penilaiannya.

Tabel 2. Pengambilan Subjek Penelitian

No	Kriteria Subjek	Nilai UAS (NU)
1	Tinggi	$NU \geq 3.33$
3	Rendah	$NU < 2.67$

Berdasarkan hasil relapitulasi kriteria penilaian kategori pengambilan subjek dan rekomendasi dari guru matematika, maka diperoleh dua subjek penelitian, yaitu subjek dengan berkemampuan matemati tinggi dan subjek yang berkemampuan rendah. Berikut hasil pengambilan subjek penelitian.

Tabel 3. Subjek Penelitian

No	Nama	Kriteria Subjek	Nilai UAS (NU)	Inisial Subjek
1	NI	Tinggi	$3.36 \geq 3.33$	KT
2	KE	Rendah	$2.56 < 2.67$	KR

Penalaran matematis siswa yang berkemampuan tinggi dan rendah dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat akan dideskripsikan berdasarkan empat indikator dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat, sedangkan untuk pengkodean hasil wawancara dengan menggunakan huruf kapitas yang menyatakan peneliti dan subjek penelitian dan diikuti digit angka dibelakangnya. Misal PT.11.32 artinya adalah peneliti memberikan pertanyaan ke subjek berkemampuan tinggi untuk soal nomor 1 poin 1 dan berada urutan ke-32 dalam transkrip wawancara, sedangkan KR.02.45 artinya adalah subjek berkemampuan rendah, soal nomor 2 dan berada urutan ke-45 dalam transkrip wawancara.

Penalaran Matematis Siswa Berkemampuan Tinggi (KT)

Berikut paparan data hasil pekerjaan subjek KT dalam menyelesaikan soal tes persamaan kuadrat. Hasil pekerjaan subjek KT adalah sebagai berikut:

1) a) $-2x^2 - 5x = -3$
 $-2x^2 - 5x + 3 = 0$ $\Rightarrow a = -2$ $b = -5$ $c = 3$
 Menggunakan rumus abc
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3}}{2 \cdot (-2)}$
 $= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-4}$
 $= \frac{5 \pm \sqrt{49}}{-4}$
 $= \frac{5 \pm 7}{-4}$
 $x_1 = \frac{5 + 7}{-4} = \frac{12}{-4} = -3$ $x_2 = \frac{5 - 7}{-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} = 0.5$

Gambar 3. Hasil Pekerjaan KT Poin a

b) $6x^2 = -17x$ $= 45$
 $6x^2 + 17x = 0$ $a = 6$ $b = 17$ $c = 0$
 Rumus abc
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 6 \cdot 0}}{2 \cdot 6}$
 $= \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 0}}{12}$
 $= \frac{-17 \pm 17}{12}$
 $x_1 = \frac{-17 + 17}{12} = \frac{0}{12} = 0$ $x_2 = \frac{-17 - 17}{12} = \frac{-34}{12} = -2.83$

Gambar 4. Hasil Pekerjaan KT Poin b

Handwritten work for solving the quadratic equation $x^2 - 4x + 4$. The student identifies the coefficients $a=1$, $b=4$, and $c=-4$. They then apply the quadratic formula $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. The steps shown are:

$$\begin{aligned}
 & c) \quad x^2 - 4x + 4 \\
 & x^2 + 4x - 4 \quad a = 1 \quad b = 4 \quad c = -4 \\
 & \text{Rumus ABC} \\
 & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\
 & = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -4}}{2 \cdot 1} \\
 & = \frac{16 \pm \sqrt{16 + 16}}{2} \\
 & = \frac{16 \pm \sqrt{32}}{2} \\
 & = \frac{16 \pm \sqrt{4 \cdot 8}}{2} \\
 & = \frac{16 \pm 2\sqrt{8}}{2} = \frac{16 \pm 2\sqrt{4 \cdot 2}}{2} = \frac{16 \pm 4\sqrt{2}}{2} \\
 & x_1 = \frac{16 + 4\sqrt{2}}{2} \quad x_2 = \frac{16 - 4\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Gambar 5. Hasil Pekerjaan KT Poin b

Pada gambar 3, gambar 4, dan gambar 5 menunjukkan KT melakukan kegiatan mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat dengan merubah semua persamaan kuadrat yang diberikan ke bentuk bakunya. KT mampu menyebutkan bahwa bentuk baku persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$. Dengan demikian, KT dapat menentukan nilai a , b , dan c dari setiap persamaan kuadrat tersebut dan KT dalam menyelesaikannya menggunakan metode rumus kuadrat. Hal ini juga diungkapkan oleh KT dalam kegiatan wawancara dan berikut petikan hasil wawancaranya.

KT.11.17 : kalau menggunakan rumus ABC seperti ini

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

PT.11.19 : Terus kemudian langkah selanjutnya apa?

KT.11.19 : Kemudian mencari nilai a , b , dan c dari persamaan kuadrat pada soal 1.a. a diperoleh dari bilangan yang didepannya x^2 dan b diperoleh dari bilangan didepannya x dan c konstanta dari persamaan. Sehingga $a = -2, b = -5$ dan $c = 3$

PT.11.20 : Kenapa mu memilih $c = 3$?

KT.11.20 : rena konstantanya hanya 3.

PT.11.21 : Oke. Darimana mu mendapatkan $c = 3$?

KT.11.21 : Oh... gini $-2x^2 - 5x = -3$ dirubah menjadi $-2x^2 - 5x + 3 = 0$.
-3 yang berada di ruas kiri dipindah ke ruas kanan menjadi 3

PT.11.24 : Apa bentuk baku persamaan kuadrat itu?

KT.11.24 : $ax^2 + bx + c = 0$.

KT sebelum menentukan himpunan penyelesaian dari setiap persamaan kuadrat tersebut dengan metode rumus kuadrat, KT mencoba menentukan himpunan penyelesaiannya dengan menggunakan metode pemfaktoran. KT membuat dugaan dengan menduga nilai-nilai x yang memenuhi persamaan $-2x^2 - 5x = -3$. Hal tersebut terungkap pada saat wawancara dan berikut petikan wawancaranya.

KT.11.15 : karena awalnya saya menggunakan metode pemfaktoran tetapi tidak dapat diselesaikan dengan metode tersebut. Oleh karena itu saya menggunakan metode rumus ABC.

PT.11.16 : Berarti dugaan pertamamu persamaan kuadrat ini dapat diselesaikan dengan pemfaktoran?

KT.11.16 : Iya awalnya saya menggunakan pemfaktoran.... rena lebih mudah dan singkat.

KT memberikan argumen logis yang berkaitan dengan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya. Argumen yang menjelaskan bahwa persamaan kuadrat memang harus diubah ke bentuk baku untuk memperoleh nilai a , b , dan c . Ini terungkap saat wawancara bersama KT dan berikut petikan wawancaranya.

KT.11.23 : Supaya memenuhi syarat bentuk baku persamaan kuadrat dan supaya diperoleh nilai a , b , dan c

PT.11.25 : Bisa gak menyelesaikan persamaan kuadrat dengan rumus ABC tanpa merubah ke bentuk baku persamaan kuadrat?

KT.11.25 : Nggak.. Harus dirubah

Setelah KT menyelesaikan masing-masing persamaan kuadrat yang diberikan dengan melakukan dugaan awal dan memberikan argumennya tentang langkah-langkah penyelesaiannya didasarkan oleh aturan dalam matematika, KT menarik kesimpulan bahwa himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $-2x^2 - 5x = -3$ adalah 4.5, himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $6x^2 = -17x$ adalah $x = 25.5$ atau $x = 22.7$, dan himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $x^2 = -4x + 4$ adalah $x = \frac{16 + 4\sqrt{2}}{2}$ atau $x = \frac{16 - 4\sqrt{2}}{2}$, dengan menetapkan metode pemfaktoran dan rumus kuadrat sebagai metode penyelesaian yang digunakan. Tetapi penyelesaian yang diperoleh adalah salah. Hal ini juga diungkapkan pada saat wawancara dengan KT dan berikut petikan wawancara dengan KT.

KT.11.28 : *Jadi, saya menemukan nilai x dari persamaan kuadrat $-2x^2 - 5x = -3$ adalah 4,5*

PT.11.29 : *Jadi nilai x nya sama?*

KT.11.36 : *Selesaian yang saya temun adalah salah*

PT.11.37 : *Kenapa bisa salah selesaiannya? Berarti soal 1 poin a,b dan c juga menggunakan cara yang sama pada penyelesaian soal 1.a?*

KT.11.37 : *Iya pak.*

KT.11.40 : *Jadi saya salah menggunakan metode dalam hal ini.*

PT.11.41 : *Terus yang benar bagaimana?*

KT.11.41 : *Seharusnya $-b$ saja. Tapi... eh coba dulu ya pak...*

PT.11.42 : *Jadi mu selama ini menyelesaikan soal persamaan kuadrat dengan cara seperti ini ya?*

KT.11.42 : *Iya pak.*

PT.12.02 : *Jadi selesaiannya yang mu dapatn berapa?*

KT.12.02 : *Jadi selesaiannya iya $x = 22.7$ atau $x = 25.5$. Tetapi ini salah rena salah menggunakan rumus ABC*

PT.12.03 : *Jadi gimana?*

KT.12.03 : *Jadi selesaian saya salah.*

PT.13.01 : *Oke. Untuk soal 1c bagaimana?*

KT.13.01 : *Menggunakan metode pemfaktoran dan rumus ABC juga pak*

PT.13.02 : *Jadi selesaiannya yang mu dapatn berapa?*

KT.13.02 : *Jadi selesaiannya iya $x = \frac{16 + 4\sqrt{2}}{2}$ atau $x = \frac{16 - 4\sqrt{2}}{2}$. Tetapi ini salah rena salah menggunakan rumus ABC*

PT.13.03 : *Jadi gimana?*

KT.13.03 : *Jadi selesaian saya juga salah.*

Berdasarkan data hasil pekerjaan dan hasil wawancara dengan KT di atas, dapat diketahui bahwa hasil pekerjaan KT cenderung sama dengan hasil wawancara serta hasil wawancara KT juga mendukung hasil pekerjaan KT. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa data subjek KT dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat tersebut adalah valid.

Paparan data tersebut menunjukkan bahwa siswa mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat dengan cara merubah ke bentuk bakunya untuk memperoleh nilai a , b , dan c . KT menyelesaikan soal tersebut menggunakan dua metode yaitu metode pemfaktoran dan metode rumus kuadrat. Awalnya KT menggunakan metode pemfaktoran untuk memperoleh nilai x (selesaian), tetapi KT tidak menemukan selesaian dari setiap persamaan kuadrat tersebut. Akhirnya KT menggunakan metode rumus kuadrat untuk menyelesaikannya. KT juga mampu menyebutkan bahwa bentuk baku persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$. Hal tersebut ditunjukkan pada petikan hasil wawancara pada (KT.11.17), (KT.11.19), (KT.11.20) dan (KT.11.24).

KT membuat dugaan dengan mencoba-coba memilih dan mensubstitusikan nilai x yang memenuhi ke persamaan kuadrat tersebut dan mencoba metode-metode yang dianggap dapat menyelesaikan persamaan kuadrat yang diberikan. Hal tersebut ditunjukkan pada petikan hasil wawancara (KT.11.15) dan (KT.11.16). KT memberikan argumen dengan logis terkait langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya. KT memberikan alasan bahwa untuk menyelesaikan menggunakan pemfaktoran dan rumus kuadrat, persamaan kuadratnya harus diubah ke bentuk bakunya. Hal tersebut ditunjukkan pada petikan hasil wawancara (KT.11.23) dan (KT.11.25).

Setelah KT menyelesaikan dengan langkah-langkah penyelesaian berdasarkan metode yang digunakan dengan didukung dugaan dan argumennya, KT memperoleh kesimpulan bahwa himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $-2x^2 - 5x = -3$ adalah 4.5, himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $6x^2 = -17x$ adalah $x = 25.5$ atau $x = 22.7$ dan himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $x^2 = -4x + 4$ adalah $x = \frac{16 + 4\sqrt{2}}{2}$ atau $x = \frac{16 - 4\sqrt{2}}{2}$. Hal ini ditunjukkan pada petikan hasil wawancara (KT.11.28), (KT.12.02), dan (KT.13.02). Tetapi semua selesaian itu ternyata salah yang ditunjukkan pada petikan wawancara (KT.11.36), (KT.12.03), dan (KT.13.03).

Deskripsi penalaran matematis KT dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat tersebut dapat disimpulkan bahwa pada saat mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat, KT mengubah persamaan kuadrat ke bentuk baku dan menggunakan metode pemfaktoran dan rumus kuadratik untuk menyelesaikannya, subjek KT membuat dugaan dengan mencoba-coba memilih nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat, KT memberikan argumen yang logis terkait langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya, dan KT juga menarik kesimpulan bahwa setiap persamaan kuadrat diperoleh himpunan penyelesaian tetapi KT tidak memeriksa kembali jawaban yang telah diperoleh.

Penalaran Matematis Siswa Berkemampuan Rendah (KR)

Berikut paparan data hasil pekerjaan subjek KR dalam menyelesaikan soal tes persamaan kuadrat. Adapun hasil tes subjek KR adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{l}
 \text{1b } 6x^2 = -17x \\
 6x^2 + 17x = 0 \\
 x(6x + 17) = 0 \\
 \\
 \text{1c } x^2 - 4x + 4 \\
 0 = -x^2 - 4x + 4 \\
 = (-x + 2)(x + 2) \\
 -x = -2 \quad x = -2 \\
 x = 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{1a } -2x^2 - 5x = -3 \\
 x(-2x - 5) = -3
 \end{array}$$

Gambar 6. Hasil Pekerjaan KR

Pada gambar 6 menunjukkan bahwa KR tidak dapat mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat. Hal ini ditunjukkan bahwa KR tidak mengenali metode-metode penyelesaian. Bahkan langkah-langkah penyelesaian tidak mengikuti aturan metode-metode penyelesaian persamaan kuadrat. Hal ini juga diungkapkan oleh KR pada saat kegiatan wawancara dan berikut petikan hasil wawancara dengan KR.

PR.11.05 : Apa saja yang kamu ketahui metode-metode penyelesaiannya itu?

KR.11.05 : Metodenya bisa pakek ya... dirumus-rumus itu ada seperti $x(ax-b)$ sehingga menjadi $(x+a)(x-b)$.

PR.11.07 : Metodenya?

KR.11.07 : Kalau gak salah pakek metode....

PR.11.08 : Yang kamu ketahui ada berapa metode?

KR.11.08 : Ada dua metode..

PR.11.09 : Yakin metodenya ada dua?

KR.11.11 : Kayaknya sih lebih....

PR.11.15 : Coba sebutkan metodenya tersebut?

KR.11.15 : Ini.... (sambil menunjukkan tulisannya)

PR.11.16 : Apa namanya?

KR.11.16 : Kalau gak salah.... persamaan....

PR.11.17 : Metodenya...?

KR.11.17 : Metodenya... ehm.. Aduh... x... pokoknya itu x dalam kurung $(ax-b)$ terus bisa juga pakek $(x+a)$ dikali $(x-b)$.

KR.11.20 : Namanya itu.... ehm.. aduh....

PR.11.23 : Coba ingat-ingat kembali

KR.11.23 : Apa ya....

PR.11.26 : Apa metodenya?

KR.11.26 : Ehm....

KR.11.60 : oh iya pak. Tetapi saya mau menggunakan rumus abc lupa pak

PR.11.61 : Apa itu?

KR.11.61 : Itu rumus yang $b^2 - 4ac$ apa gitu kalau mencari nilai x .

PR.13.08 : Coba lihat ini $0 = -2^2 - 4x + 4$ dan $0 = (-2)^2 - 4x + 4$

KR membuat dugaan dengan menduga nilai-nilai x yang memenuhi persamaan $-2x^2 - 5x = -3$. KR tidak menerapkan langkah-langkah penyelesaian sesuai metode yang digunakan. KR memperoleh nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat tersebut dengan cara memilih dan mencoba-coba mensubstitusikan ke persamaan kuadrat yang diberikan. Hal tersebut juga diungkapkan KR saat wawancara dan berikut petikan hasil wawancara dengan KR.

PR.11.42 : Apa saja dugaan-dugaanmu yang kamu lakukan?

KR.11.42 : Saya mencoba dengan $x_1 = 1, x_2 = -1$. Tetapi belum benar

PR.11.73 : Oke tadi kamu menemukan nilai x yang memenuhi adalah -3. Darimana kamu memperolehnya?

KR.11.73 : coba-coba pak mengganti nilai x -nya

KR memberikan argumen logis terkait penjelasan nilai x ketika disubstitusikan ke persamaan kuadrat $-2x^2 - 5x = -3$ tidak samadengan -3.

PR.11.43 : Kenapa belum benar?

KR.11.43 : Ketika persamaan kuadrat $-2x^2 - 5x = -3$ untuk x -nya diganti $x_1 = 1, x_2 = -1$ hasilnya tidak memenuhi.

KR memberikan argumen logis terkait penjelasan mengapa salah satu unsur persamaan kuadrat dipindahkan ke ruas lainnya.

KR.13.01 : Persamaan kuadrat $x^2 = -4x + 4$ saya ubah menjadi persamaan kuadrat $0 = -x^2 - 4x + 4$. Dengan memindahkan $-x^2$ dari ruas kiri ke ruas kanan.

PR.13.02 : Mengapa kamu melakukan itu?

KR.13.02 : Agar dapat mencari nilai x -nya

KR memberikan argumen tidak logis terkait selesaian yang diperoleh. KR menyelesaikan persamaan kuadrat tidak sesuai metode yang digunakan. Hal ini juga diungkapkan KR pada saat wawancara berlangsung dan berikut petikan hasil wawancaranya.

PR.11.45 : Kenapa kamu melakukan langkah seperti itu?

KR.11.45 : Saya menggunakan logika pak...

PR.11.46 : Logika seperti apa?

KR.11.46 : Bagaimana caranya agar nilai x^2 bernilai positif dan nilai x negatif. Gitu pak...

PR.11.67 : Mengapa nilai variabel x pada koefisien -2 kamu substitusikan -1 dan nilai variabel x pada koefisien -5 kamu substitusikan 1?

KR.11.67 : Karena tidak sama pak.

PR.11.68 : Untuk nilai x -nya sendiri gimana?

KR.11.68 : Beda pak

PR.13.17 : Darimana kok jawabannya sama?

KR.13.17 : $-2^2 = -2 \times -2 = 4$ dan $(-2)^2 = -2 \times -2 = 4$.

KR juga tidak memberikan argumen logis terkait penjelasan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya. Hal tersebut juga terungkap pada saat wawancara dan berikut petikan hasil wawancaranya.

KR.11.27 : Pertamanya saya melihat dulu soalnya. Terus saya ingat tentang soal kayak ini (sambil menunjukkan soalnya).

Kemudian langkah awal saya yaitu variabel x -nya dikeluarkan menjadi $x(-2x - 5) = -3$.

PR.11.28 : Terus....? Sama gak dengan soal awal?

KR.11.28 : Sama...

PR.11.29 : Terus lanjutannya gimana?

KR.11.29 : Iya kayak gini penyelesaiannya.

Setelah KR menyelesaikan persamaan kuadrat dengan langkah-langkah sesuai yang dikuasainya dan di dukung dengan argumen dan dugaan-dugaan yang dibuatnya, KR menarik kesimpulan dengan membuat suatu pernyataan terkait nilai-nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat yang diberikan. Argumen KR adalah “Agar menghasilkan nilai -3 maka nilai x^2 bernilai positif dan nilai x negatif” (KR.11.49). “Ternyata setelah saya coba-coba diperoleh untuk persamaan kuadrat $-2x^2 - 5x = -3$ nilai x yang memenuhi adalah -3” (KR.11.75). “Jadi saya langkah-langkahnya sampai disini dan tidak menemukan nilai x ” (KR.12.03). “Iya -2^2 dan $(-2)^2$ hasilnya adalah 4” (KR.13.15).

Berdasarkan data hasil pekerjaan dan hasil wawancara KR di atas, dapat diketahui bahwa hasil pekerjaan KR cenderung sama dengan hasil wawancara serta hasil wawancara KR juga mendukung hasil pekerjaan KR. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa data subjek KR dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat tersebut valid.

Paparan data di atas menunjukkan bahwa KR tidak dapat mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat. Hal ini ditunjukkan bahwa KR dalam menyelesaikan persamaan kuadrat tidak menggunakan metode penyelesaian yang benar. KR tidak mengenali metode-metode penyelesaian persamaan kuadrat. Hal tersebut ditunjukkan pada petikan hasil wawancara (KR.11.05), (KR.11.07), (KR.11.08), (KR.11.09), (KR.11.11), (KR.11.12), (KR.11.13), (KR.11.14), (KR.11.15), (KR.11.16), (KR.11.17), (KR.11.20), (KR.11.23), (KR.11.26), (KR.11.60), (KR.11.61), (KR.13.09), dan (KR.11.10).

KR membuat dugaan dengan mengira-ngira dan mencoba-coba mengganti nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat tersebut. Hal ini ditunjukkan pada petikan wawancara (KR.11.42) dan (KR.11.73). KR setelah menduga nilai x , KR memberikan argumen yang logis terkait penjelasan bahwa nilai x yang sudah dipilih dan disubstitusikan ke persamaan kuadrat ternyata tidak memenuhinya. Hal ini ditunjukkan pada petikan wawancara (KR.11.43). KR juga memberikan argumen yang logis terkait penjelasan langkah penyelesaian dengan merubah persamaan kuadrat menjadi bentuk lain agar dapat diperoleh selesaiannya. Hal tersebut ditunjukkan pada petikan hasil wawancara (KR.13.01) dan (KR.13.02).

KR memberikan argumen tidak logis ketika penjelasan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya. Karena KR tidak mengenal metode-metode penyelesaiannya, maka argumen yang mendukung langkah-langkah penyelesaiannya akhirnya tidak logis. Argumen tidak logis ditunjukkan KR ketika menunjukkan kebenaran dari selesaian yang didapatkan dan penjelasan langkah-langkah yang dilakukannya. Hal tersebut ditunjukkan pada petikan hasil wawancara (KR.11.27), (KR.11.28), (KR.11.29), (KR.11.45), (KR.11.46), (KR.11.67), (KR.11.68), dan (KR.13.17). KR menarik kesimpulan dengan membuat suatu pernyataan terkait nilai-nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat yang diberikan. Hal ini ditunjukkan pada petikan hasil wawancara (KR.11.45), (KR.11.75), (KR.12.03) dan (KR.13.15).

Deskripsi penalaran matematis KR dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat tersebut dapat disimpulkan bahwa KR tidak dapat mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat. Hal ini ditunjukkan bahwa KR tidak mengenali metode-metode penyelesaian dan dalam menyelesaikan soal tidak menggunakan aturan metode yang semestinya. KR membuat dugaan dengan memilih dan mencoba menggantikan nilai x pada persamaan kuadrat tersebut. KR memberikan argumen logis saat KR menunjukkan bahwa selesaian yang didapatkan tidak sesuai. Namun KR memberikan argumen tidak logis pada langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya. KR juga menarik kesimpulan dari hasil penyelesaiannya dan KR tidak memeriksa kembali selesaian yang diperolehnya.

PEMBAHASAN

Penalaran matematis siswa dalam penelitian ini dideskripsikan dengan empat indikator penalaran matematis siswa. Empat indikator tersebut adalah (1) siswa mampu mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat, (2) siswa mampu membuat dugaan yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, (3) siswa mampu memberikan argumennya, dan (4) siswa mampu menarik kesimpulan. menurut Sumpter (2013) untuk mengorganikasi suatu data seperti halnya penalaran matematis siswa menggunakan langkah-langkah/struktur/indikator penalaran. Subjek penelitian ini terdiri dari satu siswa yang berkemampuan matematika tinggi dan satu siswa yang berkemampuan matematika rendah. Penentuan dan pemilihan subjek berdasarkan nilai murni ujian akhir sekolah (UAS) semester ganjil dan rekomendasi/saran dari guru matematika. Penalaran matematis siswa nantinya dilihat dari hasil pekerjaan siswa dan hasil wawancara.

Dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat terdapat tiga metode penyelesaian yaitu pefaktoran, menyempurnakan kuadrat sempurna, dan rumus kuadrat (Beecher, 2006). Dalam mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat KT hanya menggunakan metode pefaktoran dan rumus kuadrat untuk menyelesaikan soal persamaan kuadrat yang diberikan, sedangkan KR tidak menggunakan metode penyelesaian persamaan kuadrat dalam langkah-langkah penyelesaiannya. Langkah awal yang dilakukan KT adalah menggunakan pefaktoran untuk menyelesaikan soal tersebut, karena KT tidak dapat menemukan selesaian yang tepat untuk persamaan kuadrat, langkah kedua menggunakan rumus kuadrat untuk menyelesaikan soal tersebut. Langkah-langkah yang dilakukan KR tidak sesuai dengan metode penyelesaian persamaan kuadrat yang ada. KR melakukan satu persatu memilih bilangan dan mensubstitusikan ke persamaan kuadrat. Kedua subjek tidak memeriksa akar-akar yang dimiliki persamaan kuadrat sebelum menyelesaikan soal tersebut. Seharusnya sebelum menyelesaikan soal persamaan kuadrat terlebih dahulu mengetahui persamaan kuadrat yang akan diselesaikan mempunyai satu akar persamaan, dua akar persamaan, atau tidak memiliki akar persamaan (tidak memiliki selesaian). Dengan langkah awal seperti ini, akan lebih mudah menentukan metode penyelesaian yang dapat menyelesaikan soal persamaan kuadrat. Hal ini sesuai dengan pendapat Vaiyavutjamai dan Clements (2006) yang mengatakan bahwa sebelum menyelesaikan soal persamaan kuadrat diharapkan siswa mengetahui persamaan kuadrat tersebut mempunyai satu solusi, dua solusi atau tidak memiliki solusi.

Kedua subjek dalam menyelesaikan soal tersebut tidak menggunakan metode menyempurnakan kuadrat sempurna. Hal ini disebabkan subjek KT dan KR tidak mengenali metode menyempurnakan kuadrat sempurna. Kedua subjek juga tidak memahami prinsip yang digunakan pada metode menyempurnakan kuadrat sempurna. Menurut Makgaka (2014) menyelesaikan soal persamaan kuadrat dengan metode menyempurnakan kuadrat sempurna akan mempermudah siswa untuk memperoleh selesaian dari persamaan kuadrat dengan tepat dan benar. Hal ini terlihat bahwa pada gambar 3, gambar 4, gambar 5 dan gambar 6 menunjukkan bahwa kedua subjek tidak memperoleh selesaian dengan tepat.

Dalam menyelesaikan soal tersebut kedua subjek membuat dugaan dengan memilih nilai x yang mungkin memenuhi persamaan kuadrat. Langkah selanjutnya yaitu dengan mencoba mensubstitusikan setiap nilai x ke persamaan kuadrat tersebut sedemikian hingga nilai x dapat memenuhi persamaan kuadrat tersebut. NCTM (2008) menjelaskan bahwa membuat dugaan seperti ini merupakan suatu kebiasaan penalaran matematis yang berhubungan dengan semua bidang matematika dan ini merupakan suatu kegiatan fundamental penyelidikan matematis.

KT membuat dugaan seperti ini pada saat menggunakan metode pemfaktoran, karena KT tidak menemukan nilai x yang memenuhi, maka langkah selanjutnya KT menggunakan metode rumus kuadrat. Namun pada saat menggunakan rumus kuadrat, KT salah dalam menerapkan rumus kuadrat. Hal ini disadari KT pada saat wawancara. Dengan demikian, KT hanya menghafal formula rumus kuadrat, tidak mengetahui asal formula itu diperoleh. Menurut Lima (2010) siswa hanya mengandalkan pemahaman prosedural untuk mendapatkan penyelesaian, sehingga siswa cenderung melakukan kesalahan.

Pada kasus ini KT memberikan argumen logis terkait penjelasan langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya. KT memberikan argumen logis terkait merubah persamaan kuadrat ke bentuk bakunya. KT memberikan argumen logis terkait menggunakan dua metode dalam menyelesaikan soal tersebut. KT juga memberikan argumen logis terkait penjelasan kebenaran dari penyelesaian yang diperoleh. Namun berbeda dengan KR, KR memberikan argumen yang logis dan tidak logis. KR memberikan argumen tidak logis terkait langkah-langkah penyelesaian yang dilakukannya. Hal ini disebabkan karena KR tidak mengenali metode-metode penyelesaian persamaan kuadrat, sehingga langkah-langkah penyelesaiannya pun KR tidak sesuai aturan yang terdapat pada metode penyelesaian persamaan kuadrat yang sebenarnya. KR memberikan argumen logis terkait penjelasan kebenaran penyelesaian yang diperolehnya. Dengan demikian, memberikan argumen dapat mengetahui kebenaran dari hasil pekerjaan subjek dengan pemahaman subjek selama ini. Menurut Sumpter (2013) salah satu cara untuk memperoleh informasi mengenai penalaran matematis siswa dapat dilihat dari argumentasinya.

Dari ketiga persamaan kuadrat tersebut, KT memperoleh penyelesaian dari setiap persamaan kuadrat, sedangkan KR hanya memperoleh penyelesaian dari persamaan kuadrat pada poin c . Namun kedua subjek setelah mendapatkan suatu penyelesaian, mereka tidak memeriksa kembali penyelesaian yang didapatnya. Dengan demikian, penyelesaian yang diperolehnya belum tentu benar untuk solusi persamaan kuadrat tersebut. Hal ini terungkap saat kegiatan wawancara berlangsung. Menurut Polya (1957) salah satu cara menyelesaikan masalah adalah memeriksa kembali. Memeriksa kembali penyelesaian yang diperoleh dengan cara mempertimbangkan berbagai cara dan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya sehingga akan diperoleh penyelesaian yang lebih baik.

Terkadang siswa hanya menyelesaikan soal dan mendapatkan penyelesaian dari hasil penyelesaian saja. Siswa tidak memeriksa kembali penyelesaian yang diperoleh, karena siswa sudah meyakini bahwa penyelesaian yang diperolehnya sudah benar tanpa harus diperiksa kembali. Hal ini disebabkan karena siswa fokus terhadap langkah-langkah penyelesaiannya untuk mendapatkan penyelesaian, setelah mendapat penyelesaian siswa menghentikan langkahnya. Menurut Vaiyavutjamai dan Clements (2006) memeriksa kembali merupakan salah satu kesulitan yang di alami siswa. Padahal memeriksa kembali penyelesaian merupakan langkah yang terpenting untuk meyakinkan bahwa penyelesaian yang diperoleh memang benar.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil kajian mengenai penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat dapat disimpulkan sebagai berikut. Dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat, KT dapat mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat dengan menggunakan metode pemfaktoran dan rumus kuadrat, sedangkan KR tidak dapat mengidentifikasi bentuk persamaan kuadrat disebabkan karena KR tidak mengenali metode-metode penyelesaian persamaan kuadrat. Kedua subjek tidak dapat mengenali metode menyempurnakan kuadrat sempurna dan prinsip yang digunakan pada metode tersebut, padahal menyempurnakan kuadrat sempurna diperlukan untuk memperoleh rumus kuadrat.

Kedua subjek membuat dugaan dengan memilih nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat dan mencoba mensubstitusikan ke dalam persamaan kuadrat tersebut. Kedua subjek memberikan argumen logis terkait penjelasan kebenaran suatu penyelesaian yang diperolehnya. Namun, KT memberikan argumen logis terkait langkah-langkah penyelesaian persamaan kuadrat, sedangkan KR memberikan argumen tidak logis terkait langkah-langkah penyelesaian persamaan kuadrat. Kedua subjek menarik kesimpulan dari setiap penyelesaian yang dilakukannya. Namun KR hanya mampu menarik kesimpulan pada persamaan kuadrat poin c . Kedua subjek tidak memeriksa kembali penyelesaian yang diperolehnya, dengan demikian kebenaran dari penyelesaian tersebut masih diragukan.

Saran

Dengan adanya gambaran mengenai penalaran matematis siswa berkemampuan tinggi dan rendah dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat, peneliti menyarankan kepada praktisi pendidik terutama guru agar lebih intensif dalam kegiatan pembelajaran terutama kaitannya dengan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal persamaan kuadrat. Hal ini bertujuan agar kegiatan pembelajaran yang telah dilaksanakan akan menjadi pembelajaran bermakna.

DAFTAR RUJUKAN

- Beecher, J. A, Penna, J. A, and Bittinger, M. L. 2006. *Basic Concepts of Algebra and Trigonometry*. Pearson Addison Wesley, (Online), (<http://www.ozelgeometri.com/FileUpload/ks120250/File/beecher>), diakses 23 Desember 2015.
- Didis, M., Bas, S., and Erbas, A. 2011. Students' Reasoning in Quadratic Equations with One Unknown. *Proceedings of The 7th Congress of The European Society for Research in Mathematics Education*, (Online), (<https://scholar.google.com>), diakses 20 November 2015.
- Jader, J., Sidenvall, J., and Sumpter, J. 2016. Students' Mathematical Reasoning and Beliefs in Non-Routine Task Solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (Online), (<http://link.springer.com>), diakses 15 Mei 2016).
- Lima, R.N and Tall, D. 2010. An Example of The Fragility of A Procedural Approach to Solving Equations, (Online), (<http://homepages.warwick.ac.uk>), diakses 1 Juni 2016.
- Lithner, J. 2012. Learning Mathematics by Creative or Imitative Reasoning. *12th International Congress on Mathematical Education*, (Online), (http://www.icme12.org/upload/submission/1971_f.pdf), diakses 8 Januari 2015.
- Makgakga, S. 2014. Errors and Miscanceptions in Solving Quadratic Equations By Completing A Square. *Mathematics Education*. (Online), (<http://www.amesa.org.za>), diakses 8 Juni 2016.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principled and Standard for Schools Mathematics*. United States of America: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2008. *Public Draft Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*, (Online), (<http://www.soed.k12.or.us>), diakses 17 Mei 2016.
- Permendikbud. 2014. *Peraturan Menteri Pendidikan Dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 104 Tahun 2014 Tentang Penilaian Hasil Belajar Oleh Pendidik Pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah*, (Online), (<http://disdik.kaltimprov.go.id/read/pdfview/12>), diakses 10 Juni 2016.
- Polya, G. 1957. *How to Solve It*. Princeton, N.J., Princeton University Press.
- Shadiq, F. 2004. *Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi. Makalah Disampaikan dalam Diklat Instruktur atau Pengembangan Matematika Jenjang Dasar*. Yogyakarta: PPPG Matematika, (Online), (<http://p4tkmatematika.org/downloads>), diakses 13 April 2016.
- Sumpter, L. 2013. Themes and Interplay of Beliefs in Mathematical Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (Online), (<http://link.springer.com>), diakses 27 Mei 2016.
- Tampomas, H. 2006. *Seribupena Matematika SMA Kelas X*. Jakarta: Erlangga.
- Vaiyavutjamai, P. and Clements M.A. 2006. Effects of Classroom Instruction on Students' Understanding of Quadratic Equations. *Mathematics Education Research Journal*, (Online), (<http://eric.ed.gov/?id=EJ766062>), diakses 2 Juni 2016.